УДК 164.3+164.08 DOI: 10.18698/2306-8477-2018-7-538

Деонтическая квазиматричная логика. Логика норм

© Ю.В. Ивлев

МГУ имени М.В. Ломоносова

Предлагаемая логика строится на основе принципа квазифункциональности, согласно которому в природе, социуме, познании между явлениями имеет место не только отношение однозначной обусловленности, но и отношение неоднозначной обусловленности, т. е., в частности, определенная причина может вызывать как определенное следствие, так и при одинаковых условиях в первом случае — одно определенное (из нескольких возможных) следствие, а во втором — другое (из тех же нескольких возможных случаев). Частными случаями квазифункциональности являются функциональность (однозначная обусловленность) и полная неопределенность (хаотичность). В статье рассмотрен метод доказательства полноты построенного ранее автором исчисления трехзначной логики. Этот метод предоставляет возможность разработки технических приложений деонтической логики.

Ключевые слова: *деонтическая логика, принцип квазифункциональности, исчисление, полнота исчисления, трехзначная деонтическая логика, пятизначная деонтическая логика, шестизначная деонтическая логика*

До 1960-х годов предпринимались попытки построить логику рассуждений, в которых встречаются нормы в посылках и заключениях. При этом отношения между деяниями (действиями и бездействиями) представлялись в качестве функций. Результат оказался отрицательным. Автор настоящей статьи предложил построение логики норм на основе принципа квазифункциональности. Логика была построена семантическим методом и представлена в ряде статей и кандидатской диссертации автора [1]. Позже автору удалось аксиоматизировать логику норм и наметить метод доказательства семантической полноты исчисления [2, 3]. Завершить доказательство этим методом (методом Хенкина, обобщенным автором настоящей статьи) автору удалось только в начале 2018 г. В предлагаемой статье это доказательство представлено.

Изложенный квазифункциональный (квазиматричный) подход предложен автором статьи и представлен не только в многочисленных публикациях на русском языке, но и на других языках, в основном на английском [4–7]. В настоящее время этот подход широко обсуждается в международных журналах. Так, в статье [Marcelo E. Coniglio, Luis Farinas del Cerro, Newton M. Peron. Finite non-deterministic semantics for some model systems. *Journal of non-Classical Logics*, 2015, vol. 25, no. 1, p. 20–45] есть разделы: «2. Ivlev (1988) systems and Nmatrices», с. 21–27; «4. More Ivlev-like systems and Nmatrices», с. 34–40. В статье [Omori H., Skurt D. More Modal Semantics Without Possible Worlds. *IFColog Journal of Logics and their Applications*, 2016, vol. 3, p. 815–846] — раздел «3.3. A discussion on the result of Ivlev», с. 827, 828.

Предлагаемая статья предназначена, во-первых, для тех, кто имеет философское образование (на философских факультетах логика изучается три семестра, каждую неделю лекция и семинарское занятие, в основном это символическая логика), во-вторых, для студентов, аспирантов, выпускников факультетов информатики и инженерных факультетов. Автор предполагает возможность технического приложения принципа квазифункциональности.

В статье применено цифровое обозначение разделов статьи, как это принято в международных журналах. Такое обозначение предложил в середине XX в. отечественный ученый, член-корреспондент АН СССР А.А. Марков (младший). Цифровое обозначение обусловлено тем, что одно и то же содержание научной работы может быть представлено на разных языках, и страницы, на которых эти результаты изложены, могут не совпадать.

1.0. Трехзначная деонтическая логика

Язык содержит символы:

1) $p, g, r, s, p_1, g_1, \ldots$ — переменные для деяний (действий и бездействий);

2) $\cdot, \cup, '$ — знаки операций над деяниями, соответственно читаются «и», «или», «не» («воздержание от…»);

3) O, P — операторы, которые читаются «обязательно», «разрешено»;

4) $\neg, \&, \vee, \supset$ — логические связки;

5) скобки.

Определение субформулы:

1) переменная для деяний является субформулой;

2) если A и B являются субформулами, то A', $(A{\cdot}B)$, $(A\cup B)$ — субформулы;

3) ничто иное не является субформулой.

Определение формулы:

1) если A — субформула, то OA, PA — формулы;

2) если B и C — формулы, то $\neg B$, $(B\&C)$, $(B\vee C)$, $(B\supset C)$ — формулы;

3) ничто иное формулой не является.

Определения.

(A·B)	n	c	i
n	n	c	i
c	c	i/c	i
i	i	i	i

(A∪B)	n	c	i
n	n	n	n
c	n	n/c	c
i	n	c	i

A	A′
n	i
c	c
i	n

Значения n, c, i соответственно читаются «обязательно», «безразлично», «запрещено»; i/c и n/c — «то ли i, то ли c» и « то ли n, то ли c». Операции ′, ·, ∪ имеют следующий смысл: выражение A′ обозначает деяние, заключающееся в воздержании от деяния A; (A·B) — деяние, заключающееся в последовательном выполнении деяний A и B (A, а затем B) или же в одновременном выполнении этих деяний; A∪B обозначает деяние, заключающееся в выполнении или деяния A, или деяния B, или в последовательном выполнении деяний A и B (A, а затем B), или в одновременном выполнении этих деяний.

Определения терминов O и P.

A	OA	PA
n	t	t
c	f	t
i	f	f

Формула принимает значения из области {t, f}. Выделенное значение — t. Определения терминов ¬, &, ∨, ⊃ обычные.

Формализацией семантически заданной логики является исчисление S_{3d}, содержащее схемы аксиом, совпадающие со схемами аксиом классического исчисления высказываний (КИВ), в которых метапеременные обозначают формулы (но не субформулы), а также следующие дополнительные схемы аксиом, где буквами A и B обозначены субформулы:

$$OA\supset PA,\ \neg OA'\supset PA,\ PA\supset\neg OA',\ OA\supset\neg PA',$$
$$OA\&OB\supset O(A\cdot B),\ O(A\cdot B)\supset OA\&OB,$$
$$PA\&OB\supset P(A\cdot B),\ OA\&PB\supset P(A\cdot B),$$
$$P(A\cdot B)\supset PA\&PB,$$
$$OA\vee OB\supset O(A\cup B),$$
$$PA\vee PB\supset P(A\cup B),\ P(A\cup B)\supset PA\vee PB,$$
$$O(A\cup B)\supset PA\vee OB,\ O(A\cup B)\supset OA\vee PB,$$
$$O(A\cdot B)'\supset O(A'\cup B'),\ P(A\cdot B)'\supset P(A'\cup B'),$$
$$O(A'\cup B')\supset O(A\cdot B)',\ P(A'\cup B')\supset P(A\cdot B)'.$$

Правила вывода:

П1 — modus ponens;

П2 — замена произвольного вхождения субформулы A'' на A и vica versa;

П3 — замена произвольного вхождения субформулы $(A \cdot B)'$ на $(A' \cup B')$ и vica versa;

П4 — замена произвольного вхождения субформулы $(A \cup B)'$ на $(A' \cdot B')$ и vica versa.

Определение. $ЗA =_{df} \neg PA$ («ЗА» читается «запрещено А»).

Определение альтернативной интерпретации — функции $|\,|$.

(I) *Приписывание значений субформулам.*

Базис. Если α — переменная для деяний, то $|\alpha| \in \{n, c, i\}$.

Индукционный шаг:

$|A'| = n \Leftrightarrow |A| = i$;

$|A'| = c \Leftrightarrow |A| = c$;

$|A'| = i \Leftrightarrow |A| = n$;

$|A \cdot B| = n \Leftrightarrow |A| = |B| = n$;

если или $|A| = n$ и $|B| = c$, или $|A| = c$ и $|B| = n$, то $|A \cdot B| = c$;

если $|A| = i$, или $|B| = i$, то $|A \cdot B| = i$;

если $|A| = |B| = c$, то $|A \cdot B| \in \{c, i\}$;

если $|A| = n$, или $|B| = n$, то $|A \cup B| = n$;

если или $|A| = c$ и $|B| = i$, или $|A| = i$ и $|B| = c$, то $|A \cup B| = c$;

$|A \cup B| = i \Leftrightarrow |A| = |B| = i$;

если $|A| = |B| = c$, то $|A \cup B| \in \{n, c\}$.

Субформуле, подставленной вместо другой субформулы по какому-то из правил П1–П4, приписывается то же значение, что и исходной субформуле, если исходная субформула имеет какие-то (другие) вхождения в формулу. Таким образом, формулам $(A \cdot B)'$ и $(A' \cup B')$ приписывается одно и то же значение, как и формулам $(A \cup B)'$ и $(A' \cdot B')$. (Слабое место в семантике автора статьи.)

(II) *Приписывание значений формулам.*

Базис. Если формула является элементарной, т. е. имеет вид OE или PE, где E — субформула, то

$|OE| = t \Leftrightarrow |E| = n$;

$|OE| = f \Leftrightarrow |E| = c$ или $|E| = i$;

$|PE| = t \Leftrightarrow |E| = n$ или $|E| = c$;

$|PE| = f \Leftrightarrow |E| = i$.

Индукционный шаг и индукционное допущение очевидны.

Метатеорема 1. *Исчисление* S_{3d} *является непротиворечивым.*

Доказательство опускается.

Метатеорема 2. *Каждая общезначимая формула является теоремой.*

Докажем утверждение, эквивалентное утверждению метатеоремы 2. *Если множество формул* Δ *совместимо с исчислением, то оно выполнимо.*

Лемма 1. *Множество формул* Δ, *совместимое с* S_{3d}, *можно расширить до максимального совместимого с* S_{3d} *множества формул* Θ.

Доказательство опускается.

Лемма 2. *Максимальное совместимое с исчислением* S_{3d} *множество формул* Θ *обладает следующими свойствами*:

(1) для каждой субформулы A верно: или $PA\&PA' \in \Theta$, или $OA \in \Theta$, или $\neg PA \in \Theta$;

(2) если $\Gamma \vdash B$ и $\Gamma \subseteq \Theta$, то $B \in \Theta$;

(3) $\neg B \in \Theta \Leftrightarrow B \notin \Theta$;

(4) $(C\&B) \in \Theta \Leftrightarrow C \in \Theta$ и $B \in \Theta$;

(5) $(C \vee B) \in \Theta \Leftrightarrow C \in \Theta$ или $B \in \Theta$;

(6) $(C \supset B) \in \Theta \Leftrightarrow \neg C \in \Theta$ или $B \in \Theta$;

(7) если B — теорема, то $B \in \Theta$.

Для доказательства утверждения «*Если множество формул* Δ *совместимо с исчислением, то оно выполнимо»* образуем функцию $\| \ \|_\Theta$.

Определение:

$\|\alpha\|_\Theta = n \Leftrightarrow O\alpha \in \Theta$ (α — субформула);

$\|\alpha\|_\Theta = c \Leftrightarrow P\alpha\&P\alpha' \in \Theta$;

$\|\alpha\|_\Theta = i \Leftrightarrow \neg P\alpha \in \Theta$;

$\|A\|_\Theta = и \Leftrightarrow A \in \Theta$ (A — формула).

Докажем, что эта функция обладает всеми свойствами альтернативной интерпретации, т. е. является альтернативной интерпретацией $| \ |_\Theta$. Доказательство осуществим возвратной индукцией по числу вхождений логических терминов в формулу A.

Сначала докажем, что функция $\| \ \|_\Theta$ обладает всеми свойствами функции $| \ |_\Theta$ при приписывании значений субформулам. Доказательство осуществим индукцией по числу вхождений логических терминов в субформулу.

Базис. Субформула α не содержит логических терминов, т. е. является переменной для деяний. Требуется доказать, что $\|\alpha\|_\Theta \in \{n, c, i\}$. Так как для каждой субформулы A верно: или $PA\&PA' \in \Theta$, или $OA \in \Theta$, или $\neg PA \in \Theta$, то на основе определений $\|\alpha\|_\Theta = n \Leftrightarrow O\alpha \in \Theta$, $\|\alpha\|_\Theta = c \in P\alpha\&P\alpha' \in \Theta$; $\|\alpha\|_\Theta = i \Leftrightarrow \neg P\alpha \in \Theta$ имеем $\|\alpha\|_\Theta \in \{n, c, i\}$.

Индукционное допущение. Функция $\| \ \|_\Theta$ обладает всеми свойствами функции $| \ |_\Theta$ при приписывании значений субформулам, имеющим k ($k \le n$) вхождений логических терминов в субформулу. Докажем, что она обладает этим же свойством при приписывании значений субформулам, имеющим n + 1 вхождение логических терминов.

Случай 1. Субформула α есть A′. Требуется доказать:

$\|A'\| = n \Leftrightarrow \|A\| = i$;

$\|A'\| = c \Leftrightarrow \|A\| = c$;

$\|A'\| = i \Leftrightarrow \|A\| = n$.

Пусть $\|A'\| = n$. Тогда, в силу определения, $OA' \in \Theta$. Используя схему аксиом $PA \supset \neg OA'$, получаем $\neg PA \in \Theta$. Тогда, в силу определения, $\|A\|_\Theta = i$.

Пусть $\|A\|_\Theta = i$. Тогда, в силу определения, $\neg PA \in \Theta$. Отсюда $OA' \in \Theta$. (С использованием схемы аксиом $\neg OA' \supset PA$.) Таким образом, $\|A'\|_\Theta = n$.

Следовательно, $\|A'\|_\Theta = n \Leftrightarrow \|A\|_\Theta = i$.

Пусть $\|A'\| = c$. Тогда $PA' \in \Theta$ и $PA'' \in \Theta$, т. е. $PA' \in \Theta$ и $PA \in \Theta$. Отсюда: $\|A\|_\Theta = c$.

Пусть $\|A\|_\Theta = c$. Тогда $PA' \in \Theta$ и $PA \in \Theta$. Отсюда: $PA' \in \Theta$ и $PA'' \in \Theta$ и $\|A'\|_\Theta = c$.

Следовательно, $\|A'\|_\Theta = c \Leftrightarrow \|A\|_\Theta = c$.

Пусть $\|A'\|_\Theta = i$. Тогда $\neg PA' \in \Theta$.

(1) $\neg OA' \supset PA$ — схема аксиом;

(2) $\neg OA'' \supset PA'$ — в качестве A берем A′;

(3) $\neg PA' \supset \neg\neg OA''$ — из (2);

(4) $\neg PA' \supset OA$ — из (3) — с использованием правила «замена произвольного вхождения субформулы A″ на A и vica versa».

Тогда $OA \in \Theta$ и $\|A\|_\Theta = n$.

Пусть $\|A\|_\Theta = n$. Тогда $OA \in \Theta$. $OA \supset \neg PA'$ — схема аксиом. $\neg PA' \in \Theta$. Отсюда $\|A\|_\Theta = i$, т. е. $\|A'\|_\Theta = i \Leftrightarrow \|A\|_\Theta = n$.

Утверждение для случая 1 доказано.

Случай 2. Субформула α есть (A·B). Требуется доказать:

$\|A \cdot B\|_\Theta = n \Leftrightarrow \|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = n$;

если или $\|A\|_\Theta = n$ и $\|B\|_\Theta = c$, или $\|A\|_\Theta = c$ и $\|B\|_\Theta = n$, то $\|A \cdot B\|_\Theta = c$;

если $\|A\|_\Theta = i$, или $\|B\|_\Theta = i$, то $\|A \cdot B\|_\Theta = i$;

если $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = c$, то $\|A \cdot B\|_\Theta \in \{c, i\}$.

Подслучай 1. Пусть $\|A\cdot B\|_\Theta = n$. Тогда $O(A\cdot B) \in \Theta$. $O(A\cdot B) \supset OA\&OB$ — схема аксиом. Таким образом, $OA \in \Theta$ и $OB \in \Theta$, т. е. $\|A\|_\Theta = n$ и $\|B\|_\Theta = n$ и $\|A\cdot B\|_\Theta = n \Rightarrow \|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = n$.

Пусть $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = n$. Тогда $OA \in \Theta$ и $OB \in \Theta$. $OA\&OB \supset O(A\cdot B)$ — схема аксиом. Отсюда: $O(A\cdot B) \in \Theta$ и $\|A\cdot B\|_\Theta = n$.

Подслучай 2. Пусть $\|A\|_\Theta = n$ и $\|B\|_\Theta = c$. Тогда $OA \in \Theta$ и $PB \in \Theta$ и $PB' \in \Theta$. $OA\&PB \supset P(A\cdot B)$ — схема аксиом. Следовательно, $P(A\cdot B) \supset \Theta$.

Подслучай 3. Требуется доказать: если $\|A\|_\Theta = i$, или $\|B\|_\Theta = i$, то $\|A\cdot B\|_\Theta = i$.

Пусть $\|A\|_\Theta = i$. Тогда $\neg PA \in \Theta$. $P(A\cdot B) \supset PA\&PB$ — схема аксиом; $\neg(PA\&PB) \supset \neg P(A\cdot B)$ — теорема; $(\neg PA \vee \neg PB) \supset \neg(PA\&PB)$ — теорема; $\neg PA \supset (\neg PA \vee \neg PB)$ — теорема. Таким образом, $\neg P(A\cdot B) \in \Theta$. Отсюда $\|A\cdot B\|_\Theta = i$.

Доказательство второй возможности аналогично.

Подслучай 4. Требуется доказать: если $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = c$, то $\|A\cdot B\|_\Theta \in \{c, i\}$.

Пусть $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = c$. Тогда $PA \in \Theta$ и $PA' \in \Theta$, а также $PB \in \Theta$ и $PB' \in \Theta$. Требуется доказать, что ($P(A\cdot B) \in \Theta$ и $P(A\cdot B)' \in \Theta$) или $\neg P(A\cdot B) \in \Theta$, т. е. что $\|A\cdot B\|_\Theta \in \{c, i\}$.

Будем рассуждать от противного. Допустим, что утверждение «$\|A\cdot B\|_\Theta \in \{c, i\}$» неверно, т. е. $\|A\cdot B\|_\Theta \notin \{c, i\}$. Тогда $\|A\cdot B\|_\Theta = n$. В силу определения функции $\| \ \|_\Theta$ $O(A\cdot B) \in \Theta$. Отсюда $OA \in \Theta$ и $OB \in \Theta$. Тогда $\neg PA' \in \Theta$ и $\neg PB' \in \Theta$ и Θ противоречиво. Следовательно, если $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = c$, то $\|A\cdot B\|_\Theta \in \{c, i\}$.

Случай 3. Субформула α есть $(A \cup B)$. Требуется доказать:

если $\|A\|_\Theta = n$, или $\|B\|_\Theta = n$, то $\|A \cup B\|_\Theta = n$;

если или $\|A\|_\Theta = c$ и $\|B\|_\Theta = i$, или $\|A\|_\Theta = i$ и $\|B\|_\Theta = c$, то $\|A \cup B\|_\Theta = c$;

$\|A \cup B\|_\Theta = i \Leftrightarrow \|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = i$;

если $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = c$, то $\|A \cup B\|_\Theta \in \{n, c\}$.

Подслучай 1. Пусть $\|A\|_\Theta = n$, или $\|B\|_\Theta = n$. Требуется доказать, что $\|A \cup B\|_\Theta = n$.

Рассуждаем разбором случаев. Пусть $\|A\|_\Theta = n$. Тогда, по определению функции $\| \ \|_\Theta$, $OA \in \Theta$. В силу схемы аксиом $OA \vee OB \supset O(A \cup B)$: $O(A \cup B) \in \Theta$ и $\|A \cup B\|_\Theta = n$. Аналогично рассуждаем во втором случае.

Подслучай 2. Пусть или $\|A\|_\Theta = c$ и $\|B\|_\Theta = i$, или $\|A\|_\Theta = i$ и

$\|B\|_\Theta = c$. Требуется доказать, что $\|A\cup B\|_\Theta = c$, т. е. что $P(A\cup B) \in \Theta$ и $P(A\cup B)' \in \Theta$. Рассуждаем разбором случаев. Пусть $\|A\|_\Theta = c$ и $\|B\|_\Theta = i$. Тогда $PA \in \Theta$ и $PA' \in \Theta$, а также $\neg PB \in \Theta$. Если $PA \in \Theta$, то $P(A\cup B) \in \Theta$. (Используем схему аксиом $PA\vee PB\supset P(A\cup B)$.) Далее:

(1) $O(A\cup B)\supset OA\vee PB$ — схема аксиом;

(2) $\neg OA\&\neg PB\supset\neg O(A\cup B)$ — из (1);

(3) $PA'\supset\neg OA$ — теорема (используем схему аксиом $PA\supset\neg OA'$, подстановку A' вместо A и правило П2);

(4) $\neg O(A\cup B)\supset P(A\cup B)'$ — теорема (используем схему аксиом $\neg OA'\supset PA$, подстановку и правило П2).

Доказано. Второй подслучай доказывается аналогично.

Подслучай 3. Требуется доказать, что $\|A\cup B\|_\Theta = i$ тогда и только тогда, когда $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = i$.

Пусть $\|A\cup B\|_\Theta = i$. Тогда $\neg P(A\cup B) \in \Theta$. Следовательно, $\neg PA \in \Theta$ и $\neg PB \in \Theta$. (Используем схему аксиом $PA\vee PB\supset P(A\cup B)$.) Отсюда: $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = i$.

Пусть $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = i$. Тогда $\neg PA \in \Theta$ и $\neg PB \in \Theta$. Доказываем с использованием схемы аксиом: $P(A\cup B)\supset PA\vee PB$. Доказано.

Подслучай 4. Докажем, что если $\|A\|_\Theta = \|B\|_\Theta = c$, то $\|A\cup B\|_\Theta \in$ $\in \{n, c\}$.

Рассуждаем от противного: пусть $\|A\cup B\|_\Theta \notin \{n, c\}$. Тогда $\|A\cup B\|_\Theta = i$ и $\neg P(A\cup B) \in \Theta$. $PA \in \Theta$ и $PA' \in \Theta$, $PB \in \Theta$ и $PB' \in \Theta$, по определению. Множество Θ оказывается противоречивым, что противоречит условию (используем схему аксиом $PA\vee PB\supset P(A\cup B)$).

Доказано, что функция $\| \ \|_\Theta$ обладает всеми свойствами функции $| \ |_\Theta$ при приписывании значений субформулам.

Доказательство того, что функция $\| \ \|_\Theta$ обладает всеми свойствами функции $| \ |_\Theta$ при приписывании значений формулам, является обычным.

1.1. Пятизначная деонтическая логика

В [3, с. 212, 213] автор сформулировал задачу построить пятизначную деонтическую логику, в которой переменные для деяний принимают значения «обязательно», «одобряемо», «безразлично», «запрещено», «порицаемо». Эту задачу решил А.М. Кузнецов [8].

Язык содержит те же символы, что и язык трехзначной деонтической логики за следующим исключением. Вместо символов O и P используются символы Он, Ом, Рн, Рм, которые читаются «обязательно нормативно», «обязательно морально», «разрешено нормативно», «разрешено морально». Соответствующим образом изменяется определение формулы.

В семантике используются следующие значения субформул: о, о′, б, з, з′, которые соответственно читаются «обязательно», «одобряемо», «безразлично», «запрещено», «порицаемо». Предшествующие значения являются более сильными, чем последующие.

Определения.

А	о	о′	б	з	з′
А′	з	з′	б	о	о′

Пусть | | — функция приписывания значений субформулам. |А·В| = = min (|А|, |В|), кроме случая, когда |А| = |В| = б. В этом случае |А·В| ∈ ∈ {б, з, з′}. |А∪В| = max (|А|, |В|), кроме случая, когда |А| = |В| = б. В этом случае |А∪В| ∈ {б, о, о′}.

А	ОнА	ОмА	РнА	РмА
о	t	t	t	t
о′	f	t	t	t
б	f	f	t	t
з′	f	f	t	f
з	f	f	f	f

Здесь t — выделенное значение. Остальные логические термины определяются обычным образом.

Формализация пятизначной деонтической логики, осуществленная А.М. Кузнецовым:

1) схемы аксиом, совпадающие со схемами аксиом КИВ, в которых метапеременные обозначают формулы (но не субформулы);

2) дополнительные схемы аксиом, в которых буквами А и В обозначены субформулы:

ОнА⊃ОмА, ОнА⊃РнА, ОмА⊃РмА, ОнА⊃РмА, ОмА⊃РнА, ¬ОнА′ ≡ РнА, ¬ОмА′ ≡ РмА, РмА⊃РнА,

ОнА&ОнВ ≡ Он(А·В), ОмА&ОмВ ≡ Ом(А·В),

ОнА&РнВ ⊃ Рн(А·В), ОнА&ОмВ ⊃ Ом(А·В), ОмА&РмВ ⊃ ⊃ Рм(А·В),

Рн(А·В) ⊃ РнА&РнВ, Рм(А·В) ⊃ РмА&РмВ,

¬РнА′⊃ РнА,

ОнА ⊃ Он(А∪В), ОмА ⊃ Ом(А∪В),

РнА∨РнВ ≡ Рн(А∪В), РмА∨РмВ ≡ Рм(А∪В),

Он(А∪В) ⊃ РнА∨ОнВ, Ом(А∪В) ⊃ РмА∨ОмВ,

РнА&РнВ′ ⊃ Рн(А·В)′, РмА&РмВ′ ⊃ Рм(А·В)′,

$Р_НA \supset Р_Н(A \cup B)$,

$Р_МA' \vee \neg Р_МB \supset РМ(A \cup B)'$;

3) правила вывода и определения те же, что и в предшествующей системе.

1.2. Шестизначная деонтическая логика

В [3, с. 212, 213] автор сформулировал задачу построить шестизначную деонтическую логику, в которой значение «безразлично» заменяется двумя значениями: «безразлично юридически», «безразлично морально». Эту логику построила методом аналитических таблиц П.Э. Аркадскова [9].

Заключение. Изложенная логика норм может быть применена при создании абстрактных и реальных автоматических устройств. Для этого требуется разработать метод доказательства метатеоремы о семантической полноте исчисления, решающий одновременно проблему разрешимости — обобщенный метод Кальмара. Для трехзначной алетической логики такой метод разработал автор настоящей статьи [7].

В [10, 11] обозначены другие возможные приложения принципа квазифункциональности в области логики и вне логики. В последнем случае таковыми являются: генетика, нервные сети, социальное прогнозирование, теория убеждения, управленческое решение, модель специалиста.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ивлев Ю.В. *Логика норм*. Дис. ... канд. филос. наук. Москва, 1972.

[2] Ивлев Ю.В. *Содержательная семантика модальной логики*. Москва, Издательство Московского университета, 1985, 170 с.

[3] Ивлев Ю.В. *Модальная логика*. Москва, Издательство Московского университета, 1991, 224 с.

[4] Ivlev Yu.V. Quasi-matrix logic as a paraconsistent logic for dubitable information. *Logic and Logical Philosophy*, 2000, vol. 8, pp. 91–97.

[5] Ivlev Yu.V. Theory of Logical Modalities. *Multiple Valued Logic. An International Journal*, 2000, vol. 5, pp. 91–102.

[6] Ivlev Yu.V. Quasi-matrix logic. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing. Old City Publishing, Inc. (United States)*, 2005, vol. 11, no. 3–4, pp. 239–252.

[7] Ivlev Yu.V. Generalization of Kalmar's method for quasi-matrix logic. *Logical Investigations. Centre of Humanitarian Initiatives*, 2013, vol. 19, pp. 281–307.

[8] Кузнецов А.М. *Квазиматричная логика норм*. Дис. ... канд. филос. наук. Москва, 1998, 131 с.

[9] Аркадскова П.Э. Шестизначная квазиматричная логика норм. *Логико-философские исследования*, 2016, вып. 7, с. 145–152.

[10] Ивлев Ю.В. Мировоззренческая составляющая методологии социального познания (на примере квазифункциональной логики). *Человек и общество*

в контексте современности. Философские чтения памяти профессора П.К. Гречко, 2017, т. 1, с. 275–279.

[11] Ивлев Ю.В. Методологическая функция квазиматричной (квазифункциональной) логики. В сб.: *Методология в науке и образовании. Мат. Всерос. конф. университетов и академических институтов РАН.* Москва, Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017, с. 61–65.

Статья поступила в редакцию 21.05.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Ивлев Ю.В. Деонтическая квазиматричная логика. Логика норм. *Гуманитарный вестник*, 2018, вып. 7.

http://dx.doi.org/10.18698/2306-8477-2018-7-538

Ивлев Юрий Васильевич — д-р филос. наук, профессор кафедры логики философского факультета МГУ имени М.В. Ломоносова. e-mail: ivlev.logic@yandex.ru

Quasi-matrix deontic logic. The logic of norms

© Yu.V. Ivlev

Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russia

The paper proposes the logic based on the principle of quasi-functionality. In line with it, not only the relation of unambiguous conditioning takes place in nature, society, cognition between phenomena, but also the relation of ambiguous conditioning. In particular, a certain reason can cause both a certain consequence, and under the same conditions in the first case — one certain consequence from several possible cases, and in the second - another consequence from the same several possible cases. Functionality, i.e. unambiguous conditioning, and total uncertainty, i.e. randomness, are particular cases of quasi-functionality. The paper considers the method of proving the completeness of the calculus of three-valued logic constructed earlier by the author. This method provides the possibility of developing technical applications of deontic logic.

Keywords: *deontic logic, the principle of quasi-functionality, calculus, completeness of the calculus, three-valued deontic logic, five-figure deontic logic, six-figure deontic logic*

REFERENCES

[1] Ivlev Yu.V. *Logika norm*. Diss. … kand. filos. nauk [The logic of norms. Cand. philos. sc. diss.]. Moscow, 1972.

[2] Ivlev Yu.V. *Soderzhatelnaya semantika modalnoy logiki* [Containing semantics of modal logic]. Moscow, MSU Publ., 1985, 170 p.

[3] Ivlev Yu.V. *Modalnaya logika* [Modal logic]. Moscow, MSU Publ., 1991, 221 p.

[4] Ivlev Yu.V. *Logic and Logical Philosophy*, 2000, vol. 8, pp. 91–97.

[5] Ivlev Yu.V. Theory of Logical Modalities. *Multiple-Valued Logic: an International Journal*, 2000, vol. 5, pp. 91–102.

[6] IvlevYu.V. Quasi-matrix logic. *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing. Old City Publishing, Inc. (United States)*, 2005, vol. 11, no. 3–4, pp. 239–252.

[7] Ivlev Yu.V. Generalization of Kalmar's method for quasi-matrix logic. *Logical Investigations. Centre of Humanitarian Initiatives*, 2013, vol. 19, pp. 281–307.

[8] Kuznetsov A.M. *Kvazimatrichnaya logika norm*. Diss. … kand. filos. nauk [Quasi-matrix logic of norms. Cand. philos. sc. diss.]. Moscow, 1998, 131 p.

[9] Arkadskova P.E. *Logiko-filosofskie issledovaniya — Logical investigations,* 2016, no. 7, pp. 145–152.

[10] Ivlev Yu.V. Mirovozzrencheskaya sostavlyayuschaya metodologii sotsial'nogo poznaniya (na primere kvazifunktsional'noy logiki) [World outlook component of the methodology of social cognition (on the example of quasi-functional logic)]. *Chelovek i obschestvo v kontekste sovremennosti. Filosofskie chteniya pamyati professora P.K. Grechko* [Man and society in the context of modernity. Philosophical readings in memory of Professor P.K. Grechko]. 2017, vol. 1, pp. 275–279.

[11] Ivlev Yu.V. Metodologicheskaya funktsiya kvazimatrichnoy (kvazifunktsionalnoy) logiki [Methodological function of quasi-matrix (quasifunctional) logic]. V sb.: *Metodologiya v nauke i obrazovanii. Materialy Vserossiyskoy konferentsii universitetov i akademicheskikh institutov RAN* [In: Methodology in Science and Education. Materials of the All-Russian Conference of Universities and Academic Institutes of the Russian Academy of Sciences]. 2017, pp. 61–65.

Ivlev Yu.V., Dr. Sc. (Philos.), Professor, Department of Logic, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University. e-mail: ivlev.logic@yandex.ru