

Подходы к семантическому определению отношения логического следования

© О.И. Невдобенко

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрены два типа определения фундаментального понятия логики — отношения логического следования. Первый тип связан с традицией определения логического следования через требования наследования значений. Вариативность этого подхода сопряжена с различными возможностями задания множества оценок. Второй тип определения связан с вычислительной моделью следования.

Ключевые слова: отношение логического следования, нестандартные семантики, типология логик

Сегодня логические исследования достигли того уровня, когда специалисты в одной области логики уже не понимают специалистов в другой. В такой ситуации особо актуален вопрос: что есть логика и каковы ее фундаментальные понятия? По мнению автора, к ним следует отнести понятия следования (отношение логического следования), логической формы и истинностного значения. При всем многообразии проблем современной логики, уровней их абстрактности, а также сложности используемого математического аппарата стоит помнить, что логику как науку (если эта наука — логика, а не что-то иное) интересуют приемлемые с некоторой точки зрения формы рассуждений, и абстрактную конструкцию стоит считать логикой (в узко-формальном смысле этого слова), поскольку в ней определено отношение, которое может быть интерпретировано как отношение следования. Например, у Н. Васильева: «Где есть суждения и выводы, там есть и логика, где нет суждений и выводов, там нет и логики. Законы суждения и вывода есть минимум логического» [1, с. 57] или у Н. Белнапа: «...ясно, что коль скоро нет необходимости в рассуждении, вряд ли возникает потребность в логике» [2, с. 209]. Есть вполне почтенные логики с пустым множеством тавтологий (трехзначная логика Клини — и с сильными, и со слабыми связками — будет здесь, наверное, самым известным примером), но нет таких еще и с пустым классом выводимостей. Понятие следования фундаментально для логики по самому замыслу этой науки.

В последние десятилетия проблема типологии следования стала объектом пристального изучения логиков. У разных авторов проблема следования (а также общезначимости импликации) погружена в свой

специфический круг вопросов: модальные логики (К. Сегерберг [3]), релевантное следование (Н. Белнап [2], М. Данн [4], Е. Войшвилло [5]), методы построения логик, основанных на различных семантических допущениях (Е. Смирнова [6]), симметрии отрицания (Б. Хёсли, Г. Ягер [7]), следование, определяемое не через модели, альтернативное определению Тарского (В. Шалак [8, 9]).

При рассмотрении спектра различных подходов к определению отношения типа следования в качестве точки отсчета возьмем определение следования через наследования истины и определение следования через наследование лжи, которые эквивалентны лишь в некоторых случаях:

$(|=_t) : A | = B$, е.т.е. $t(A) \Rightarrow t(B)$ (при любой оценке параметров, при которой истинно A , также истинно B).

Понятно, что схема сразу *релятивизируется* относительно *определения истинности и класса допустимых оценок*. Как сказано выше, можно альтернативно потребовать сохранность ложности:

$$(|=_f) : A | = B, \text{ е.т.е. } f(B) \Rightarrow f(A).$$

Условия $(|=_t)$ и $(|=_f)$ можно усилить, либо ослабить, рассмотрев соответственно их конъюнкцию и дизъюнкцию.

Предположим, семантика языка располагает произвольным множеством значений Val . Тогда для модификации общей схемы необходимо потребовать сохранности всех выделенных значений (следование типа $(|=_t)$). Также возможно ввести понятие *антивыделенных значений* (значений «типа лжи») и потребовать их сохранности: от вывода к посылкам. Или, как было отмечено выше, рассмотреть конъюнкцию и дизъюнкцию.

Можно дополнительно ввести требования, которые находятся между типами истины и лжи.

В любом случае выбранная предварительная схема *специфицируется относительно принимаемой концепции истинности*. Рассмотрим случай нестандартных оценок, введение которых имеет хорошее содержательное обоснование. В первую очередь следует указать на работы Н. Белнапа [2].

Классическая логика обладает известным «парадоксальным» свойством: из лжи следует все что угодно. Это делает классическую логику непригодной для ситуаций, когда исходный массив информации не дан заранее, но может пополняться, причем в процессе пополнения некоторые новые предложения могут противоречить уже имеющимся, а в отношении какого-то предложения вообще может быть неизвестно, истинно оно или ложно. Эти соображения являлись одними из ключевых при построении Н. Белнапом его известной четырехзначной логики [2]. Ее особенность в том, что она моделирует

ситуацию неполноты информации и ее избыточности (противоречивые данные).

Белнап вводит четыре истинностных значения, помимо стандартных истины и ложности, а также провал значения N и пресыщенную оценку B и предлагает два типа упорядочения значений: информационное и логическое. В информационном порядке \leq_f имеем четырехэлементную решетку с наибольшим элементом B и наименьшим N , истина и ложь несравнимы. В логическом порядке \leq_l наибольший элемент T , наименьший F , элементы B и N несравнимы. Ключевое понятие следования определяется на логической решетке и использует идею логического следования как непонижающего оценку при переходе от посылок к выводу:

$$A \models B =_{df} \forall v^4 (v^4(A) \leq_l v^4(B)),$$

где v^4 — функция оценки из множества формул в $L4$.

Коллега Белнапа М. Данн отмечает: «В ранней истории релевантной логики главной заслугой считалось построение стандартных систем, таких как R » [4, с. 14]. Однако со временем актуальной стала другая задача: построение целого класса систем, исходя из фиксированного набора параметров. В качестве последних М. Данн выбрал определения импликации и отрицания. Базовыми семантическими понятиями выступают множество ситуаций, в которых высказывание истинно, и множество ситуаций, в которых оно ложно. Через определения М. Данн переходит от информационных пар к обычной функции оценки. При этом подходе первопорядковые логики строятся за счет параметризации двух условий: определения оценки (нефункциональность или не всюду определенность) и требование наследования при определении следования (истины, лжи или обоих значений). Всего получаем девять систем. Однако для оценки релевантного типа все три вида следования задают один класс выводимостей. В семантике с провалами значений (gaps) получаем три различных множества выводимостей (первопорядковых систем). Также при допущении пресыщенной оценки имеем три различных первопорядковых системы, но семейство первопорядковых систем, получаемых при gluts, совпадает с семейством систем при gaps. В итоге при данном подходе имеем четыре типа следования и соответственно четыре первопорядковые системы (де Моргана, Хао Вана, двойственная ей (Приста) и трехзначный фрагмент логики Лукасевича). Также М. Данн предлагает классификацию полных логик — в рамках семантик Крипке.

Отметим оригинальное развитие идей четырехзначной логики Белнапа, предложенное в работах Я. Шрамко и Х. Вайзига [10–15].

При подходе Шрамко и Вайзинга множество истинностных значений не просто расширяется (по сравнению с Белнапом), но имеет

важную содержательную интерпретацию, а именно: какова должна быть логика для компьютеров, объединенных в сеть, подключенных к общему серверу? Для такой обычной ситуации четырех значений Белнапа оказывается недостаточно.

Это приводит к идее обобщенного истинностного значения как подмножества некоторого исходного семейства значений. «Если мы будем считать, что классические значения относятся к уровню 0, то значения четырехзначной логики Белнапа (т. е. логики “одинокого компьютера”) оказываются обобщенными истинностными значениями первого уровня... обобщенные истинностные значения второго уровня (которые характеризуют логику простейшей нетривиальной компьютерной сети) образуют множество $16 = P(4)$. И так далее» [10, с. 122].

Для второго уровня значений предлагается несколько упорядоченных. Отношение следования определяется на двух логических порядках, которые оказываются *независимыми*, — порядок по истине и порядок по лжи:

$$A \models_i B =_{df} \forall v^{16} (v^{16}(A) \leq_i v^{16}(B)),$$

где v^{16} — функция оценки из множества формул в $L16_i$;

$$A \models_f B =_{df} \forall v^{16} (v^{16}(B) \leq_f v^{16}(A)),$$

где v^{16} — функция оценки из множества формул в $L16_f$.

Отметим, что при подходе Вайзинга — Шрамко имеет место интересный вариант расширения множества истинностных значений, когда на каждом уровне рассматривают класс значений «типа истина», класс значений «типа ложь» и все остальные. Таким образом, в данном случае расщепляются и типизируются не только понятия истины и лжи, но и других оценок (противоречиво, неопределенно и др.).

В центре внимания Е.Д. Смирновой стоит вопрос обоснования логических систем, именно в этом контексте она изучает возможные типологии логического следования [6]. При таком подходе логика определяется по двум условиям: во-первых, отношение (типа) следования и, во-вторых, соотношение между областями истинности и ложности высказывания. (Рассматриваемые ограничения: 1) объединение этих областей дает/не дает весь универсум миров W (gaps); 2) пересечение области и антиобласти высказывания пусто/не пусто (gluts)). Естественно, при таком подходе понятие следования становится ключевым.

Центральным объектом исследования Е.К. Войшвилло является релевантное следование [5]. Расщепление и типологизация отношения логического следования возможны при его подходе по причинам, аналогичным тем, которые отмечали Е.Д. Смирнова и М. Данн, однако поскольку в данном исследовании приоритет сохраняется за реле-

вантным следованием, роль остальных типов следования (в большей или меньшей степени) второстепенна и они специально не изучаются.

Вариативность логического следования во всех упомянутых подходах находится в рамках модельного подхода А. Тарского. Классическое определение следования (А. Тарский): *из множества формул Σ следует формула A , е.т.е. в каждой модели M , в которой истинны все формулы множества Σ , будет истинна и формула A .* (В логике высказываний понятие модели упрощается до функции оценки, при которой формула принимает выделенное значение.)

В. Шалак связывает этот подход с платоновско-аристотелевским представлением о целях познания. По поводу логического следования автор пишет: «Трудно переоценить значение, которое имеет принимаемое понятие логического следования, для развития не только науки, но и всей человеческой культуры. Хотелось бы, чтобы принимаемое нами это понятие было в определенном смысле единственно верным. Ведь от того, какие виды умозаключений считаются доказательными, зависят способы аргументации в судах, способы общения в учебных классах, способы передачи знания от одного поколения к другому, способы формулировки научных теорий и пр. Если мы в чем-то ошиблись при выборе отношения логического следования, то в нашей культуре обязательно должны появиться изъяны, которых мы просто не имеем возможности увидеть из-за принятой понятийной сетки» [8, с. 275].

Там же указана специфическая черта классического определения Тарского — использование понятия модели: «Специфической чертой данного определения следования является то, что отношение между Σ и A устанавливается *не напрямую*, а посредством их соотношения с моделью M . Непосредственная связь между множеством формул Σ и формулой A разрывается и вводится *посредник* — свойство *быть истинным в модели*» [8, с. 276].

К недостаткам этого определения автор относит известные парадоксы (их метаязыковые аналоги): «Из лжи следует все что угодно», «(логическая) истина следует откуда угодно», т. е. наличие следования при отсутствии содержательной связи между посылками и заключением. Также отмечается следующий скрытый недостаток этого определения: «В метаязыке этого основополагающего определения мы уже принимаем классическую логику, правила которой как раз и хотим обосновать. То есть имеются основания подозревать нечто похожее на порочный круг в определении» [8, с. 276].

Отметим, что особенностью определения следования «в духе Тарского» будет также *требование сохранности значений*. При расширении класса истинностных значений и, возможно, класса выделенных значений появляются модификации этого требования. Помимо указанных работ об этом можно почитать в [16].

Оригинальное предложение В. Шалака, альтернативное предыдущей традиции, звучит так: «Из множества формул $\{A_i\}$ следует формула B , е.т.е. существует функция f , которая позволяет по истинностным значениям формул множества $\{A_i\}$ вычислить истинностное значение формулы B » [8, с. 283]. В этом случае можно говорить о вычислительной модели следования. Формализация этого определения предложена в [9].

На необходимость пересмотра классического — аристотелевского — понимания истины в современной логике указывает К. Финн в связи с построением логики аргументации: «...формирование базы фактов интеллектуальной системы требует применения теории соответствия, оценивание и автоматическое принятие гипотез основано на теории когерентности — согласованности порождаемых гипотез с имеющимися знаниями (в том числе использование абдуктивного объяснения базы фактов для принятия гипотез). Выделение надежных гипотез требует проверки их полезности при практическом применении, что означает применение теории прагматической истины» [17, с. 163].

Таким образом, на текущий момент можно выделить две принципиальные стратегии в определении логического следования в семантике: вычислительную и классическую, невычислительную. Задание конкретного множества выводимостей (конкретного отношения типа следования) в невычислительном случае связана в первую очередь с трактовкой истинностного значения, а также выделенного значения. В вычислительной концепции следования «семантическим коррелятом любой доказуемой выводимости всегда будет некоторая суперпозиция исходных функций. Ни о какой истинности аксиом речь не идет и вообще идти не может. Функции и алгоритму нельзя сопоставить никакого истинностного значения. Каждый алгоритм является правильным по определению, так как позволяет вычислять именно то, что он вычисляет. Истинными или ложными могут быть лишь утверждения о свойствах алгоритмов. Например, действительно ли они позволяют вычислять то, к чему их хотят применить, но это уже совершенно другой вопрос» [9, с. 289]. Вопрос типологизации следования в рамках вычислительного подхода на текущий момент не рассмотрен.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Васильев Н.Н. *Логика и металогика*. Москва, Логос, 1912, с. 50–63.
- [2] Белнап Н. Как нужно рассуждать компьютеру. В кн.: Белнап Н., Стил Т. *Логика вопросов и ответов*. Москва, Прогресс, 1981, 290 с.
- [3] Segerberg K. Some modal logics based on a three-valued. *Theoria*, 1967, vol. 33, pp. 53–71.

- [4] Dunn J.M. *A Comparative Study of Various Model-theoretic Treatments of Negation: A History of Formal Negation*. Doedrecht, 1997, 600 p.
- [5] Войшвилло Е.К. *Символическая логика. Классическая и релевантная. Философско-методологические аспекты*. Москва, Либроком, 2011, 152 с.
- [6] Смирнова Е.Д. *Логическая семантика и философские основания логики*. Москва, Издательство Московского университета, 1986, 160 с.
- [7] Hosli B., Jager G. About Some Symmetries of Negation. *Journal of Symbolic Logic*, 1994, vol. 59, no. 2, pp. 473–485.
- [8] Шалак В.И. Альтернативное определение логического следования. *Логические исследования*, 2006, вып. 13, с. 273–285.
- [9] Шалак В.И. Логика альтернативного отношения следования. *Логические исследования*, 2006, вып. 13, с. 286–302.
- [10] Shramko Y., Wansing H. Some useful 16-valued logics: how a computer network should think. *Journal of Philosophical Logic*, 2005, vol. 34, pp. 121–153.
- [11] Shramko Y. Die logische Wahrheitswerteontologie. In: Christiansen B., Scheffler U., eds. *Was folgt. Themen zu Wessel*. Berlin, Logos-Verlag, 2004. S. 149–169.
- [12] Shramko Y., Dunn J.M., Takenaka T. The trilattice of constructive truth values. *Journal of Logic and Computation*, 2001, vol. 11, pp. 761–788.
- [13] Wansing H. Short dialogue between M (Mathematician) and P (Philosopher) on multi-lattices. *Journal of Logic and Computation*, 2001, vol. 11, pp. 759, 760.
- [14] Shramko Y., Wansing H. Truth Values. Part I. *Special issue of Studia Logica*, 2009, vol. 91, no. 3, 160 p.
- [15] Shramko Y., Wansing H. Truth Values. Part II. *Special issue of Studia Logica*, 2009, vol. 92, no. 2, 137 p.
- [16] Невдобенко О.И. *Отношение следования и нестандартные семантики*. Автореф. дис. ... канд. филос. наук. Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2000, 20 с.
- [17] Финн В.К. Стандартные и нестандартные логики аргументации I. *Логические исследования*, 2006, вып. 13, с. 155–189.

Статья поступила в редакцию 14.12.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Невдобенко О.И. Подходы к семантическому определению отношения логического следования. *Гуманитарный вестник*, 2017, вып. 12.

<http://dx.doi.org/10.18698/2306-8477-2017-12-501>

Невдобенко Оксана Ивановна — канд. филос. наук, доцент кафедры «Философия» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: oksnev@yandex.ru

Approaches to the semantic definition of logical implication relation

© O.I. Nevdobenko

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article considers two types of definition of the fundamental concept of logic, i.e. the logical implication relation. The first type is associated with the tradition of defining logical implication through the requirements for the inheritance of values. The variability of this approach involves different possibilities of setting a variety of assessments. The second type of definition is related to the computational consecution model.

Keywords: *logical implication relation, non-standard semantics, typology of logics*

REFERENCES

- [1] Vasilyev N.N. *Logika i metalogika* [Logic and meta-logic]. Moscow, Logos Publ., 1912, pp. 50–63.
- [2] Belnap N.D. How a computer should think. In: Ryle G., ed. *Contemporary Aspects of Philosophy*. Stocksfield, Oriel Press Ltd. Publ., 1977, pp. 30–55 [In Russ.: Belnap N. Kak nuzhno rassuzhdat kompyuteru. In: Belnap N., Steel T. *Logika voprosov i otvetov*. Moscow, Progress Publ, 1981, 290 p.].
- [3] Segerberg K. *Theoria*, 1967, vol. 33, pp. 53–71.
- [4] Dunn J.M. A Comparative study of various model-theoretic treatments of negation: a history of formal negation. In: Gabbay D. M., Wansing H., eds., *What is Negation?* Applied Logic Series, 13, Kluwer Academic Publ., Dordrecht, 1997, 600 p.
- [5] Voishvillo E.K. *Simvolicheskaya logika (klassicheskaya i relevantnaya). Filosofsko-metodologicheskie aspekty* [Symbolic logic. Classical and relevant. Philosophical and methodological aspects]. Moscow, Librokom Publ., 2011, 152 p.
- [6] Smirnova E.D. *Logicheskaya semantika i filosofskie osnovaniya logiki* [Logical semantics and philosophical bases of logic]. Moscow, MGU Publ., 1986, 160 p.
- [7] Hosli B., Jager G. *Journal of Symbolic Logic*, 1994, vol. 59, no. 2. pp. 473–485.
- [8] Shalak V.I. *Logicheskiye issledovaniya — Logical Investigations*, 2006, iss. 13, pp. 273–285.
- [9] Shalak V.I. *Logicheskiye issledovaniya — Logical Investigations*, 2006, iss. 13, pp. 286–302.
- [10] Shramko Y., Wansing H. *Journal of Philosophical Logic*, 2005, vol. 34. pp. 121–153.
- [11] Shramko Y. Die logische Wahrheitswerteontologie. In: *Was folgt. Themen zu Wessel ente*. Christiansen B., Scheffler U., eds. Berlin, Logos-Verlag, 2004. S. 149–169.
- [12] Shramko Y., Dunn J.M., Takenaka T. *Journal of Logic and Computation*, 2001, vol. 11, pp. 761–788.
- [13] Wansing H. *Journal of Logic and Computation*, 2001, vol. 11, pp. 759–760.
- [14] Shramko Y., Wansing H. *Studia Logica*, 2009, vol. 91, no. 3, 160 p.
- [15] Shramko Y., Wansing H. *Studia Logica*, 2009, vol. 92, no. 2, 137 p.
- [16] Nevdobenko O.I. *Otnoshenie sledovaniya i nestandartnye semantiki*. Diss. cand. filos. nauk. Avtoreferat [The consecution relation and non-standard semantics. Cand. phylos. sc. diss. Author's abstract]. Moscow, MGU Publ., 2000, 20 p.

- [17] Finn V.K. *Logicheskiye issledovaniya — Logical Investigations*, 2006, iss. 13, pp. 155–189.

Nevdobenko O.I., Cand. Sc. (Phylosophy), Associate Professor, Department of Philosophy, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: oksnev@yandex.ru