УДК 512.05; 002.53:681.327

Пропедевтические курсы математики в условиях непрерывного образования

© Н.С. Васильев[1], В.И. Громыко[2]

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия
[2]МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 119991, Россия

Проведенный анализ показал, что в условиях системно-информационной культуры деятельность каждого субъекта стала междисциплинарной, происходит в непрерывном познании и протекает в инструментальной среде Интернета, а профессиональное восприятие требует естественно-научного надпредметного опознания. В статье рассмотрена необходимость пропедевтических курсов для изучения символической объективизации мысли и развития познавательной естественно-научной функции субъекта на основе точного выражения смысла с помощью математического языка категорий. Показано, как пропедевтические курсы формируют личностное образовательное пространство смыслов, наследующее целостность надпредметного образовательного пространства. Сделан вывод о том, что в условиях непрерывного образования и жизни в науке традиционная профессиональная подготовка должна быть расширена до надпредметного универсального обучения. Предложена новая рациональная модель обучения, в которой язык категорий применяется для стратегической интеграции образовательного пространства учащегося и самоорганизации его подсознания.

Ключевые слова: *системно-информационная культура, рациональное образование, надпредметность, сознание, самоорганизация, универсальная алгебра, пропедевтический курс, универсальное обучение, язык категорий, системный аксиоматический метод, интеллектуальная обучающая система.*

Введение. Наступление эпохи системно-информационной культуры привело к необходимости проведения реформ образования в мире. «В условиях информационного наводнения учебные инструменты вчерашнего дня перестают работать. Нужно учить как-то иначе, учить всему» [1]. Непрерывное образование в настоящее время кажется естественным, а системное знание с опорой на математику — необходимым. Профессиональные навыки работы с фактами, формулами, а не с моделями, решение типовых задач по предписанным правилам не развивают индивида. Проводимые в мире реформы образования направлены на усиление роли мировоззрения субъекта культуры, на свободу развития личности. Нарекания вызывает не цель, а практика реформирования, не обеспечивающая целостности образования в цепи «школа — вуз — специалист — системная деятельность». Происходит «подмена образования обучением…, вытеснение знания сведениями, способности думать идентификацией, расширение тезауруса движением внутри него. …Мысль редуцируется к сообщению, сознание — к имитации, генерация — к трансляции, продукция — к репродукции» [2].

Забота системы образования о синтезе образовательного пространства проявляется во всем: студенты-математики изучают общую алгебру, дискретный анализ. Гуманитариям в РГГУ преподают курс «Алгебраические методы в информатике» [3], в МГТУ им. Н.Э. Баумана — «Системный анализ». В МГУ им. М.В. Ломоносова появились межфакультетские курсы, а в МГТУ им. Н.Э. Баумана действуют лабораторные практикумы, объединяющие работу студентов разных курсов. При таком подходе целью обучения становится формирование естественно-научного мировоззрения, а не профессионального восприятия мира. Для обучения системной работе недостаточно лишь адаптировать материал, чтобы воссоздать общую картину математического знания на основе простых содержательных пояснений [1]. Образовательное пространство третьего мира как итога познания рода, по Попперу [4, 5], можно освоить только при целенаправленном повышении уровня концептуальности получаемых учащимся знаний и использовании научных средств выражения смыслов. С учетом «взросления» познавательных возможностей учащегося целесообразно в средней школе изучать общие топологические понятия [6]. В качестве базового (пропедевтического) курса в высшей школе можно выбрать информатику, «сделав каждого настолько осведомленным в дискретных операциях, насколько знакомы с непрерывными операциями» все, изучающие анализ [7]. В курс дискретной математики [7] нужно добавить языки спецификаций [8], необходимые для рациональной объективизации системно-информационной культуры. Исследование третьего мира происходит на базе точной языковой деятельности и доступно с помощью инструментальных систем компьютера. Соответствующие дескриптивные средства — универсальные конструкции и язык категорий — разработаны в математике второй половины XX в. [9–11]. Общая цель образования, связанная с развитием естественно-научного мировоззрения, перерастает уровень формул и обретает определенность — сформировать у учащегося познавательную функцию системного характера. С помощью объектно-ориентированного программирования и абстрактных типов данных язык категорий становится интеллектуальной реальностью системно-информационной культуры, служит восприятию инструментальных систем и способствует деятельности в этих системах.

Пропедевтический курс — синтетический учебный предмет, который приспособлен для развития познавательной функции у учащегося и используется в процессе непрерывного образования [12]. Цель этого курса — овладение системным аксиоматическим методом.

Освоение пропедевтического курса возможно благодаря наличию многих путей приобщения к рациональному знанию. При этом необходима оперативная адаптивная помощь студенту со стороны либо преподавателя, либо электронной обучающей интеллектуальной системы.

Рациональное образование. Формирование рационального сознания у учащегося — необходимое условие получения знаний в сети Интернет [13, 14]. Рациональная модель обучения (рис. 1) позволяет преодолеть трудности системы образования, обусловленные особенностями системно-информационной культуры, и служит освоению системного аксиоматического метода. Этот метод обеспечивает процесс самоорганизации сознания учащегося на основе использования целостности третьего мира и универсальности обучения.

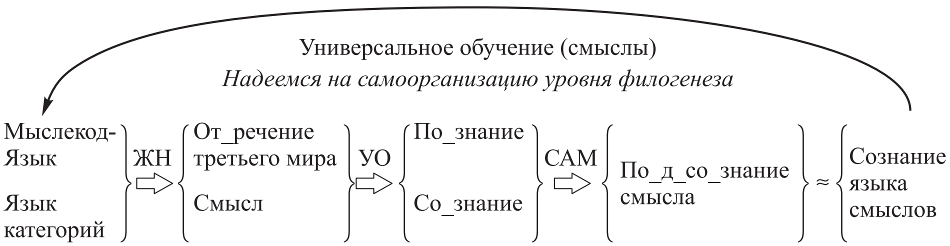

Рис. 1. Рациональная модель обучения:
ЖН — жизнь в науке (работа с документами третьего мира);
УО — универсальное обучение; САМ — системный аксиоматический метод

Работа в инструментальных системах и конструктивность абстрактных типов данных поддерживают интеллектуальную реальность познания, а язык категорий обеспечивает востребованный в системно-информационной культуре уровень алгебраизации знания. Достигнутое единство *принудительности* познания (рода) и *очевидности* знания (ряда) делает возможным рациональное образование [13, 14]. Об этом говорит эволюционная эпистемология познания, объявляя субъектом системно-информационной культуры философа, выявляя значение критического начала для роста научного знания и объективности познания через третий мир, обнаруживая когногенез — познавательный процесс субъекта системно-информационной культуры; распространяя филогенетические методы познания на онтогенез [14]. Феноменология познания, в свою очередь, объявляет тенденцию развития субъекта системно-информационной культуры как ученого, выявляет определяющее значение познавательной функции естественно-научного знания, обнаруживает замену восприятия науки ее опознанием [15].

Для освоения надпредметного образовательного пространства требуется инструментальная образовательная среда существования — интеллектуальное компьютерное место учащегося (ИКМУ). Среда ИКМУ — персональная онтологическая база знаний [12], функциональное ядро которой (интеллектуальная обучающая система) в каждом сеансе обучения адаптирует образовательное пространство к возможностям учащегося, вкладывая личностное образовательное пространство в онтологическую базу знаний в форме личностного надпредметного образовательного пространства [16]. Поиск «горящего» учебного материала становится адаптивным к познавательной функции учащегося в границах несоответствия синтезирующему характеру системно-информационной культуры. Интеллектуальная обучающая система реализует генетический метод и оба пути обучения: прямой и обратный. Прямой путь основан на использовании индуктивно построенных учебников с многочисленными примерами. Он уравновешивает обратный путь обучения посредством пропедевтических курсов, дающих понимание учебного материала и целостность его восприятия. Универсальное обучение развивает естественно-научное сознание учащегося, дополняя профессиональную подготовку.

Стратегия рационального образования — формирование естественно-научного сознания. А. Шопенгауэр выделил четверную структуру знания, включающую эмпирическую, логическую, трансцендентальную и металогическую составляющие [17]. Металогический уровень отвечает опознанию учащимся науки как средства для самоорганизации самосознания в цепи «знание — познание — сознание — подсознание». Технология развития самосознания состоит в «загрузке» мыслекода научным языком категорий [12]. Этот уровень формирует второе, естественно-научное, сознание. Самопознание, самосознание, подсознание, интеллектуальный прорыв в надпредметность — ключевые «понятия» модели учащегося (рис. 2).

Математика развивалась по пути переходов от числа к символу, от алгебраизации к аксиоматизации, от фундаментальных абстракций к реальности сравнений (универсальный объект, функтор, категория). Работа в инструментальных системах, объектно-ориентированное программирование и абстрактные типы данных, внедрение языка категорий придают мыслекоду объективность смысла.

$$\frac{\text{Учащийся}}{\text{Самосознание подсознания}} : = : \frac{\text{Смыслы культуры}}{\text{Протоколы: данных, мыслей, точных мыслей}} \to \frac{\text{Онтогенез = филогенез}}{\text{Рефлексия интеллектуального прорыва}} \to \frac{\text{Когногенез}}{\text{Интеллектуальная реальность языка категорий}}$$

Рис. 2. Модель учащегося в системно-информационной культуре (за скобками — познание в пользу сознания смыслов)

Математика начала XX в. преодолела «неопределенность» смыслов благодаря целостности сравнения теорий на языке категорий. Спрашивается, каким образом на базе учебной деятельности можно сообщить второму сознанию учащегося свойство, отвечающее динамической перспективе системно-информационной культуры? Ответ: способствовать приобщению учащегося к языку категорий и при этом сохранять целостность личности, поддерживая преемственность организации образовательного пространства.

При непрерывном образовании происходит «привыкание» к понятиям. Процесс восхождения учащегося по смыслам связан с пониманием универсальных алгебраических понятий, специализированных в изучаемых дисциплинах [18]. Универсальность смыслов нужно выявлять, прослеживая их становление в филогенезе. С помощью морфизмов следует «обнажать» смыслы до «очевидности». Необходимым условием формирования рационального сознания, по мнению авторов, является освоение универсальных математических конструкций на базе *букваря смыслов*, представленных средствами языка категорий. Основные понятия языка категорий [9–11] должны войти в букварь смыслов, а их освоение стать целью обучения [16]. Созданию и развитию букваря смыслов мог бы способствовать пропедевтический курс «Информатика: основные понятия математической логики и общей (универсальной) алгебры», развиваемый, например, на базе пропедевтических курсов [9, 19]. При этом неизбежно возникнет преемственность учебного материала с математикой средней школы [20]. «Доведение» букваря смыслов до понятий языка категорий с помощью курса [9] предоставит учащимся средства сравнения систем и обеспечит научную коммуникацию между специалистами разного профиля, неизбежную в системно-информационной культуре.

Доступность языка категорий обусловлена генетическим усложнением средств сравнения объектов. В аналитической геометрии объекты — это векторы, в линейной алгебре — линейные операторы, в анализе — функции, в теории чисел — мультипликативные функции, в топологии — гомеоморфизмы, в общей алгебре — гомоморфизмы, в программировании — абстрактные типы данных и объектно-ориентированное программирование. Дополняющая традиционное обучение универсальная подготовка, повторимся, нуждается в ИКМУ, поскольку рациональное сознание формируется сложно, скачкообразно, посредством интеллектуального прорыва.

Тактика преподавания пропедевтических курсов — замыкание смыслов для развития самосознания. Букварь смыслов, по сути являясь пропедевтическим курсом высшего уровня, поддерживает обратный путь обучения. Его наследники — пропедевтические курсы конкретных предметов [18]. Фундаментальная ветвь онтологической базы знаний образована пропедевтическими курсами. Индуктивный, прямой, путь обучения «повторяет» процесс познания, демонстрируя рост научного знания в лоне профессионального представления дисциплин. Богатство курсов традиционного обучения составляет антифундаментальную ветвь онтологической базы знаний. Итогом взаимодействия обеих ветвей является сжатие материала путем выделения смыслов с учетом возможностей интеллектуального привыкания учащегося. Оба пути обучения служат свободе вхождения учащегося в интеллектуальную реальность математических абстракций на основе языка категорий и приобщению к нему. Эта свобода является залогом главного в обучении — сохранения целостности личности в условиях системно-информационной культуры, без чего непрерывное образование невозможно. В системно-информационной культуре происходят объединение и взаимное обогащение гуманитарных и рациональных знаний на базе рационализации сознания.

Настало время перейти от действующей, гуманитарной, модели обучения (рис. 3) к рациональной модели (см. рис. 1), которая исключает эфемерное творческое начало, не поддающееся дескрипции и реализации в среде ИКМУ. В рациональной модели применяется универсальное обучение с использованием языка науки, проникающего в сознание. Основанные на рациональной модели обучения пропедевтические курсы не только восполняют разрывы в критических точках изучаемых дисциплин, но и воплощают в учебном процессе технологию формирования естественно-научного подсознания.

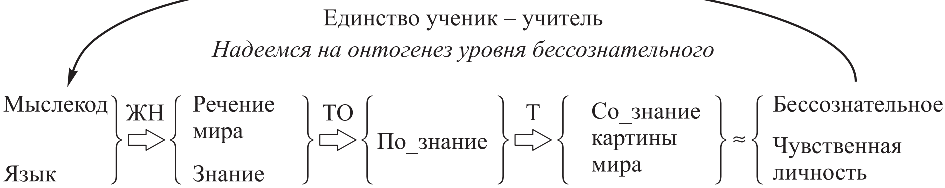

Рис. 3. Гуманитарная модель обучения:
ЖН — жизнь в науке; ТО — традиционное обучение; Т — творческое начало

Состояние учащегося. Проведение тестовых испытаний на первом курсе в МГТУ им. Н.Э. Баумана показывает наличие значительного несоответствия между уровнем школьных знаний и требованиями вуза. Слабость концептуальной довузовской подготовки проявляется даже в МГУ им. М.В. Ломоносова, куда поступают наиболее подготовленные школьники. Для повышения успеваемости и развития навыков самостоятельной работы в МГТУ им. Н.Э. Баумана введены контролируемые самостоятельные работы студентов (КСР), а в МГУ им. М.В. Ломоносова уже преподаются пропедевтические курсы.

Большинство студентов не в состоянии локализовать причины трудностей, возникающих при освоении материала. Не понимая значения абстракций и не умея работать с ними, лишенные опоры на основания предмета, не владея плодотворной системой общих понятий, студенты не могут самостоятельно развивать системные представления, не пытаются и не считают нужным осваивать хорошо продуманную систему обозначений, без которых невозможна осмысленная математическая деятельность. Проблему успеваемости не решают «локальные» меры: фрагментация и адаптация учебного материала, включение в контрольные мероприятия вопросов общего характера. Иллюзия преодоления указанных трудностей только усугубляет ситуацию.

Приведенные доводы свидетельствуют о необходимости включения пропедевтического курса математики в учебную программу при соответствующей модификации учебно-методического комплекса дисциплин.

Метасмыслы, необходимые для преподавания пропедевтических курсов и добываемые с их помощью. Смыслы теории нуждаются в освоении и приводят к самоорганизации подсознания. Достигнутый уровень развития математики и использование инструментальных систем делают возможным формирование рационального сознания на основе естественного предъявления абстракций. Инструментальные системы помогают выделению смыслов на пути «данное — знание — смыслы — метасмыслы второго самосознания».

Приведем примеры метасмыслов, необходимых для универсального обучения, получаемых в рамках надпредметного образовательного пространства и опирающихся на познавательные возможности учащегося.

Самосознание в школе: значение теории, объективизация знания в культуре. Рассмотрим пример.

Пример 1. Дискурсивное изложение материала как средство развития интуитивного. (На примере теоремы Пифагора.)

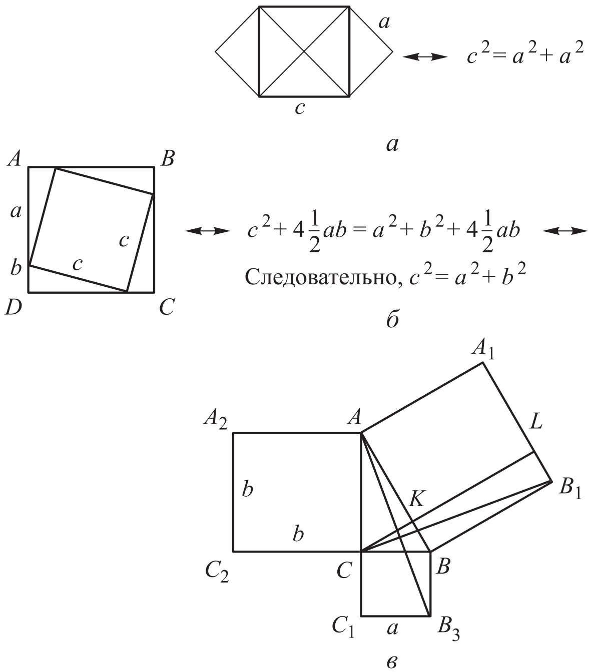

Рис. 4. Теорема Пифагора:
а — частный случай; *б* — общий случай; *в* — доказательство Евклида

Платон и его последователи, разбирая в частности теорему Пифагора, говорили: «Смотри» (рис. 4, *а*, *б*). Для понимания теоремы требуется геометрическая интуиция, выявляющая свойства равносоставленности и равнодополненности фигур. В геометрической теории, обусловленной возможностями циркуля и линейки, Евклид определил геометрические понятия «равные», «равновеликие», «подобные». Дескрипция чертежами и доказательство на основе аксиоматики (абстрактный тип данных циркуля и линейки) обеспечивают дополнительную интеллектуальную устойчивость следствий теоремы Пифагора (рис. 4, *в*). Так как $\Delta BB_3A = \Delta BB_1C$, значит, $S_{BB_3A} = 1/2\,(CB)(BB_3) = 1/2\,a^2 = S_{BB_1C} = 1/2\,(KB)(BB_1) = 1/2\,S_{KBB_1L}$. Тогда $a^2 = S_{KBB_1L}$ и аналогично $b^2 = S_{KAA_1L}$. То есть $c^2 = a^2 + b^2$. Найденный инвариант $S_{BB_3A} = S_{BB_1C} = 1/2\,a^2 = 1/2\,S_{KBB_1L}$ допускает обобщение — теорему косинусов, справедливую для произвольных треугольников.

Ф. Клейн в середине XX в. говорил, что интуиция и логика переплетаются таким образом — и в этом является идеал, — что каждый логический шаг тотчас же приводится к наглядной очевидности. Евклидово обоснование расширяет платоновское представление. Современный школьник пользуется свойством подобия и знает о выражении длины отрезка числом. При этом теорема Пифагора «переписывается» в отношениях: $(a/c)^2 + (b/c)^2 = 1$, а доказательство опирается на соображения подобия. Для «продвинутого» школьника геометрия Евклида является частным случаем евклидова линейного пространства. Тогда теорема Пифагора — следствие преобразований. Пусть $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Мы знаем, что $|\vec{c}\,|^2 = (\vec{c},\ \vec{c}) = \left(\vec{a} + \vec{b},\ \vec{a} + \vec{b}\right) = |\vec{a}\,|^2 + |\vec{b}\,|^2 + 2\left(\vec{a},\ \vec{b}\right)$. Тогда $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 0 \Leftrightarrow |\vec{c}\,|^2 = |\vec{a}\,|^2 + |\vec{b}\,|^2$. Реальность «известной» теоремы $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma,\ \gamma = \pi/2 \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2$ во многом определяется тем, насколько дискурсивное рассуждение поддерживается знанием смежных тем. А именно, геометрические понятия основаны на алгебраических структурах — кольцо, поле, векторные пространства. При этом задействованы представления об измеримости величин, трансцендентных функциях (на базе косинуса), аксиоматике геометрии. В дальнейшем, при развитии теории, понятие ортогональности в гильбертовом пространстве следует воспринимать как очевидное обобщение рациональной объективизации. Так организовано личностное надпредметное образовательное пространство.

Самосознание в вузе: значение абстрактных типов данных (единство слова и дела). Евклид («Начала») и Д. Гильберт («Основания геометрии») занимались вложениями (Гильберт действовал финитным методом):

$$\begin{cases} \text{Алгебра} \\ \left\langle Q \middle| \Omega_F ; \le \right\rangle \mapsto \left\langle R_{\text{Евклида}} \middle| \Omega_F ; \le \right\rangle \mapsto \\ x \le y \Leftrightarrow \exists z \ge 0 (x + z = y) \end{cases} \begin{cases} \text{Алгебраическая система} \\ \left\langle R_{\text{Евклида}} \middle| \Omega_F ; \Omega_P \right\rangle \\ \Omega_F - \text{исчисление отрезков} \\ \Omega_P - \{\le\} \end{cases}$$

Этих ученых разделяют 2000 лет, но оба используют главенствующую роль конструктивной работы в аксиоматизации знания, соответствующей работе с абстрактными типами данных эпохи системно-информационной культуры.

Пример 2. О связности математики и информатики (через конструктивную работу). Рассмотрим построения, выполненные Гильбертом в его исчислении.

А. Евклидова аксиоматика «разгадывается» абстрактным типом данных — исчислением отрезков Гильберта, определяемым возможностями циркуля и линейки (рис. 5):

1) даны отрезки *a*, *b*. Строим отрезки $(a + b)$ и $(a - b)$. По двум точкам допустимо построить окружность или прямую — таковы минимальные требования к циркулю и линейке (рис. 5, *а*);

2) умея проводить параллельную прямую, можем поделить отрезок b на n равных частей (рис. 5, *б*);

3) после расширения пропорции до несоизмеримых отрезков (Евдокс, кн. 5) можем строить отрезки $x = ab$, $y = a / b$ и $z = \sqrt{(ab)}$ (рис. 5, *в–д*);

4) в исчислении доказывается, что $(a+b) = (b+a)$; $O'A' + A'B' = = a + b = AB + BC = b + a$ (рис. 5, *е*).

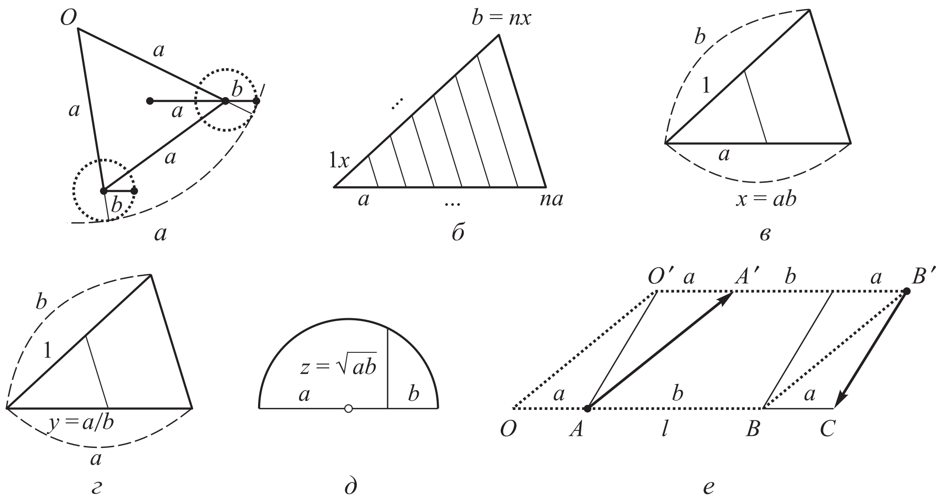

Рис. 5. Исчисление отрезков Гильберта применительно к планиметрии Евклида

Таким образом, множество вещественных чисел $R_{\text{Евклида}}$ является предельным расширением поля Q: $Q \subset Q\left[\sqrt{2}\right] \subset Q\left[\sqrt{2}\right]\left[\sqrt{1+\sqrt{2}}\right]\ldots$

Б. Исчисление отрезков Гильберта — это абстрактный тип данных, развернутый на аксиоматической базе свойств отношений инцидентности, линейности (аксиома Паша), конгруэнтности, параллельности (аксиома Евклида), архимедовости и линейной полноты поля вещественных чисел. Геометрия строится моделированием возможностей линейки и «распространением» конгруэнтных углов и отрезков. Таким способом получают обоснование декартизации и овеществление геометрии: $R_{\text{Гильберта}}$ = поле, которое архимедово упорядочено и максимально. В связи с этим на вопрос о том, что такое прямая на плоскости, не следует удивляться алгебраическому ответу. Это — множество $\{(x, y) | ax + by + c = 0\}$.

B. Финитный метод Гильберта основан на продуктивности системы аксиом. Аксиома линейной полноты позволяет строить модель геометрии. Имеющаяся конструкция расширяется, сохраняя постулируемые свойства.

Рассмотрим индуктивное построение минимальной аффинной геометрии, в которой имеется четыре точки и шесть прямых (рис. 6).

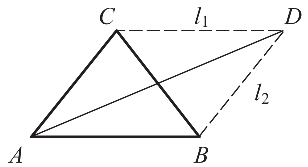

Рис. 6. Построение минимальной аффинной геометрии

Согласно аксиомам Гильберта, существуют три неколлинеарные точки *A*, *B*, *C*. Каждые две из них инцидентны единственной прямой. Отсюда «возникают» три прямые. По аксиоме параллельности Евклида существуют прямые l_1 и l_2, пересекающиеся в некоторой точке *D*. Если бы эти прямые были параллельными, то это привело бы к противоречию: через точку *C* проходят две прямые, параллельные l_2. Наконец, точки *A* и *D* определяют шестую прямую (см. рис. 6). Координатизация этой геометрии позволяет получить уравнения $ax+by+c=0$, описывающие все прямые. Здесь $a,b,c\in\{0,\ 1\}$, а операции понимают как $+(\operatorname{mod}2),*(\operatorname{mod}2)$.

Сформированное в сознании представление о главенствующей роли конструктивной работы в аксиоматизации знания является рациональным предвидением, на базе которого можно развить представления учащегося о рациональной объективизации геометрии. Пример 2 иллюстрирует возможность формирования современного взгляда на вложение полей:

$$\begin{cases}\text{Алгебра}\\ \left\langle Q\middle|\Omega_F;\le\right\rangle\mapsto\left\langle R_{\text{Евклида}}\middle|\Omega_F;\le\right\rangle\mapsto\\ x\le y\Leftrightarrow\exists z\ge 0(x+z=y)\end{cases}\begin{cases}R_{\text{Анализ (Ньютона)}}\\ R_{\text{Нестандартный анализ (Лейбница)}}\\ R_{\text{Вещественно алгебраически замкнутое Евклида (Артина)}}\\ R_{\text{Понтрягина}}\end{cases}$$

Системный аксиоматический метод: о связности проективной и индуктивной концептуальности (опознание смыслов). Рассмотрим еще один пример.

Пример 3. Рациональная объективизация на пути воплощения смысла. Установим, является ли функция f, $Df=\varnothing$, вычислимой? Сначала дадим ответ на основании реальностей индуктивного курса [21], следуя длинному индуктивному пути построения функций по Клини. Определим класс примитивно-рекурсивных функций, затем построим класс частично-рекурсивных функций, в итоге получим

$$\begin{cases} g = \mathrm{M}s = \lambda x[\mu_t(s(t) = x)], \\ s = \lambda x(x+1), \\ g(0) \text{ не определена}, \end{cases} \qquad f = \mathrm{M}g\,.$$

Реальности проективного курса [22] позволяют ответить на поставленный вопрос коротко, путем вложения вычислимых функций в класс всех функций. По определению, вычислимая функция задается программой, составленной на языке программирования. Достаточно написать зацикливающуюся программу, что каждому по силам!

Заключение: значение идеальных абстракций. Обучение с использованием инструментальных систем, личностное применение букваря смыслов и введение пропедевтических курсов (т. е. создание личностного надпредметного образовательного пространства) позволяют обогатить духовные символические формы естественно-научной триадой: системным знанием (episteme), мыслекодом (noos), сформированным на основе познавательной функции, мудростью (sophia) сравнительных возможностей языка категорий [23]. При этом кажущаяся неразрешимость (трансцендентность) проблемы образования решается традиционно (трансцендентальностью) на основе развития самосознания при его несоответствии рациональному предвосхищению (опознание Кассирера).

Обучение должно строиться на заботе о переходе от восприятия учащимися культуры к мировоззрению, динамически формируемому в процессе деятельности в системно-информационной культуре на основе познавательной функции. «Без посторонней помощи мы склонны скатываться к нашим привычным инстинктивным понятийным схемам. …Это подчеркивает то место, которое занимает в жизни… образование, и даже подсказывает нам его основную цель (неуловимый принцип сегодняшнего высшего образования). Цель образования — компенсировать недостатки наших инстинктивных способов мыслить о физическом и социальном мире» [24].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Босс В. *Лекции по математике*. Т. 1–15. Москва, УРСС, 2003–2011, т. 6, с. 8.

[2] Ильин В.В. *Теория познания. Симвология*. Москва, Изд-во Моск. ун-та, 2013, с. 87–88.

[3] Бениаминов Е.М., Ефимова Е.А. *Основы алгебры. Элементы универсальной алгебры и ее приложений в информатике*. Москва, РГГУ, 2001, 92 с.

[4] Поппер К.Р. *Объективное знание. Эволюционный подход*. Москва, УРСС, 2002, 384 с.

[5] Поппер К.Р. *Логика и рост научного знания*. Москва, Прогресс, 1983, 606 с.

[6] Розов Н.Х., Рейхани Э., Боровских А.В. *Узлы в школе. Уроки развития пространственного мышления*. Москва, Книжный дом Университет, 2007, 112 с.

[7] Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. *Конкретная математика*. *Основание информатики*. Москва, Мир, 1998, с. 10.

[8] Кнут Д. *Искусство программирования*. Т.1–4. Москва, Мир, 1976–1987.

[9] Голдблатт Р. *Топосы. Категорный анализ логики*. Москва, Мир, 1983, 488 с.

[10] Плоткин Б.И. Универсальная алгебра, алгебраическая логика и базы данных. Москва, Наука, 1991, 448 с.

[11] Маклейн С. *Категории для работающего математика*. Москва, Физматлит, 2004, 352 с.

[12] Громыко В.И., Казарян В.П., Васильев Н.С., Симакин А.Г., Аносов С.С. Задача обучения в системной культуре — формирование сред (инструментов) существования учащегося для становления сознания на смыслах образовательного пространства. *Тр. 15-й междунар. науч. конф. Цивилизация знаний: российские реалии*. Москва, РосНОУ, 2014, с. 120–137.

[13] Капра Ф. *Паутина жизни. Новое научное понимание живых систем*. Москва, ИД Гелиос, 2002, 336 с.

[14] Капра Ф. *Скрытые связи*: *наука для устойчивой жизни.* Москва, ИД София, 2004, 336 с.

[15] Кэмпбелл Д.Т. *Эволюционная эпистемология. Эволюционная эпистемология и логика социальных наук*. *Карл Поппер и его критики*. Москва, УРСС, 2000, 464 с.

[16] Громыко В.И. Казарян В.П., Васильев Н.С., Симакин А.Г., Аносов С.С. Рациональное образование как технология сознания. Сложные системы. *Междисциплинарный научный журнал*. 2013, № 3(8), с. 87–107.

[17] Шопенгауэр А. *О четвероякoм корне закона достаточного основания*. Москва, Наука, 1993, 672 с.

[18] Васильев Н.С. Категорная модель теории вероятностей для интеллектуальной обучающей системы. *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2013, вып. 12. URL: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/19.html

[19] Шафаревич И.Р. *Основные понятия алгебры*. Ижевск, НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2001, 352 с.

[20] Шафаревич И.Р. *Математическое образование*. *Избранные главы алгебры: учебное пособие.* Москва, Математическое образование, 2000, 380 с.

[21] Мальцев А.И. *Алгоритмы и вычислимые функции*. Москва, Наука, 1965, 392 с.

[22] Манин Ю.И. *Вычислимое и невычислимое*. Москва, Советское радио, 1980, 128 с.

[23] Кассирер Э. *Философия символических форм. Феноменология познания*. Т. 1–3. Москва, Санкт-Петербург, Университетская книга, 2002.

[24] Пинкер С. *Субстанция мышления. Язык как окно в человеческую природу*. Москва, УРСС, Книжный дом «Либроком», 2013, с. 217.

Статья поступила в редакцию 16.12.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Васильев Н.С., Громыко В.И. Пропедевтические курсы математики в условиях непрерывного образования. *Гуманитарный вестник*, 2015, вып. 2.
URL: http://hmbul.bmstu.ru/catalog/edu/pedagog/228.html

Васильев Николай Семенович — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, e-mail: nik8519@yandex.ru

Громыко Владимир Иванович — член-корр. РНАН, заслуженный научный сотрудник МГУ им. М.В. Ломоносова (факультет «Вычислительная математика и кибернетика, кафедра «Алгоритмические языки»). e-mail: gromyko.vladimir@gmail.com

Propaedeutic Mathematical courses in the context of continuous learning

© N.S. Vasilyev[1], V.I. Gromyko[2]

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia
[2]Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russia

The analysis of system-information culture showed that the activity of each individual had become an interdisciplinary. It occurs in a continuous cognition, it is a life in science passing in the Internet tool environment. Professional perception of every specialty requires natural science super subject authenticate acknowledge. Symbolic idea objectification requires the development of cognitive natural science function of the individual due to the precise expression of the meaning i.e. mathematical language of categories.
The following conclusions relating to training personnel substantial in the age of systems have been drawn. In the context of continuing education and life in science the traditional training should be expanded by super subject universal education. The authors present a new rational model of learning in which the category language is applied to as strategic integration of the student's educational space. Category language as ABC of meanings provides self-organization of the student's subconscious. Propaedeutic courses as a part of the rational model serve integrating tactical disciplines by using over subject educational space. For each student propaedeutic courses form personal educational space of meanings that inherits integrity of super subject educational space. Examples of the training material preparation for the propaedeutic courses in mathematics are given. The full practical implementation of a new model of learning needs the formation of instrumental learning environment that supports student's work in an interdisciplinary electronic library. This is necessary for rapid delivery of adaptive aid to a student.

Keywords: *system-information culture, rational education, super subject, awareness, self-organization, universal algebra, propaedeutic course, universal tutoring, category language, system axiomatic method, intellectual tutoring system.*

REFERENCES

[1] Boss V. *Lektsii po matematike* [Lectures in Mathematics]. Vol. 1–15, Moscow, URSS Publ., 2003–2011.
[2] Ilyin V.V. *Teoriya poznaniya*. *Simvologiya*. [Epistemology. Symbology]. Moscow, MSU Publ., 2013, p. 87–88.
[3] Beniaminov E.M., Efimova E.A. *Osnovy algebry. Elementy universalnoy algebry i ee prilozheniy v informatike* [Fundamentals of Algebra. Elements of the Universal Algebra and Its Applications in Informatics]. Moscow, RSHU Publ., 2001, 92 p.
[4] Popper K.R. *Obyektivnoe znanie. Evolutsionnyy podkhod* [Objective Knowledge. Evolutionary Approach]. Moscow, URSS Publ., 2002, 384 p.
[5] Popper K.R. *Logika i rost nauchnogo znaniya* [Logic and growth of scientific knowledge]. Moscow, Progress Publ., 1983, 606 p.
[6] Rozov N.Kh., Reykhani E., Borovskikh A.V. *Uzly v shkole. Uroki razvitiya prostranstvennogo myshleniya* [Nodes in School. Lessons of Developing Spatial Thinking]. Moscow, KDU Publ., 2007, 112 p.

[7] Graham R.L., Knuth D.E., Patashnik O. *Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science*. Addison-Wesley Professional, 1994, 672 p. [in Russian: Graham R.L., Knuth D.E., Patashnik O. Konkretnaya matematika. Osnovanie informatiki. Moscow, Mir Publ., 1998, 704 p.]

[8] Knuth D., Greene D. *Iskusstvo programmirovaniya* [The Art of Computer Programming]. Vols. 1–4. Moscow, Mir Publ., 1976–1978, 1987 [in Russian].

[9] Goldblatt R. *Topoi. The categorical analysis of logic*. Moscow, North-Holland Publ. Comp., 1979. [in Russian: Goldblatt R. *Toposy. Kategornyi analiz logiki*. Moscow, Mir Publ., 1983, 488 p.].

[10] Plotkin B.I. *Universalnaya algebra, algebraicheskaya logika i bazy dannykh* [Universal Algebra, Algebraic Logic and Databases]. Moscow, Nauka Publ., 1991, 448 p.

[11] MacLane S. *Categories for the working mathematician*. Springer-Verlag, 1998. [in Russian: MacLane S. Kategorii dlya rabotauschego matematika. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, 352 p.].

[12] Gromyko V.I., Kazaryan V.P., Vasilyev N.S., Simakin A.G., Anosov S.S. Zadacha obucheniya v sistemnoy kulture — formirovanie sred (instrumentov) suschestvovaniya uchaschegosya dlya stanovleniya soznaniya na smyslakh obrazovatelnogo prostranstva [The Task of Learning in the Culture System – Formation of the Environment (Tools) of the Student’s Existence for the Establishment of Awareness on the Meanings of Educational Space]. *Trudy 15-y mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii “Tsivilizatsiya znaniy: rossiyskie realii”* [Proseedings of the 15th International Scientific Conference “Civilization of knowledge: Russian Reality”]. Moscow, RusNOU Publ., 2014, pp. 120–137.

[13] Capra F. *The Web of Life. New Scientific Understanding of Living Systems.* Harper Collins, London, 1996. [In Russian: Capra F. Pautina zhizni. Novoe nauchnoe ponimanie zhivykh system. Moscow, Gelios Publ., 2002, 336 p.].

[14] Capra F. *The Hidden Connections: Integrating the Biological, Cognitive and Social Dimentions of Life into a Science of Sustainability*. Harper Collins, London, 2002. [In Russian: Capra F. *Skrytye svyazi : nauka dlya ustoichivoy zhizni.* Moscow, Sofiya Publ., 2004, 336 p.].

[15] Campbell D.T. Evolutionary Epistemology. In: *The philosophy of Karl R. Popper* edited by P. A. Schilpp. LaSalle, IL: Open Court. 1974, pp. 412–463. [in Russian: Campbell D.T. *Evolutsionnaya epistemologiya. “Evolutsionnaya epistemologiya i logika sotsialnykh nauk. Karl Popper i ego kritiki”*. Moscow, URSS Publ., 2000, 464 p.].

[16] Gromyko V.I., Kazaryan V.P., Vasilyev N.S., Simakin A.G., Anosov S.S. *Mezhdistsiplinarnyy nauchnyy zhurnal — Interdisciplinary Scientific Journal*, 2013, no. 3(8), pp. 87–107.

[17] Shopengauer A. *O chetveroyakom korne zakona dostatochnogo osnovaniya* [About Fourfold Root of the Sufficient Reason Law]. Moscow, Nauka Publ., 1993, 672 p.

[18] Vasilyev N.S. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovations*, 2013, no. 12. Available at: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/19.html (accessed 28 March, 2015).

[19] Shafarevich I.R. *Osnovnye ponyatiya algebry* [Basic concepts of algebra]. Izhevsk, SRC Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika Publ., 2001, 352 p.

[20] Shafarevich I.R. *Matematicheskoe obrazovanie. Izbrannye glavy algebry: Uchebnoe posobie dlya shkolnikov* [Mathematical Education. Selected chapters of algebra: School book]. Moscow, Matematicheskoe obrazovanie Publ., 2000, 380 p.

[21] Maltsev A.I. *Algoritmy i vychislimye funktsii* [Algorithms and Computable Functions]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 392 p.
[22] Manin Yu.I. *Vychislimoe i nevychislimoe* [Computable and Uncomputable]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1980, 128 p.
[23] Kassirer E. *Filisofiya simvolicheskikh form. Fenomenologiya poznaniya* [The Philosophy of Symbolic Forms. Phenomenology of Cognition]. vol. 1–3. Moscow, St. Petersburg, Universitetskaya kniga Publ., 2002.
[24] Pinker S. *Substantsiya myshleniya. Yazyk kak okno v chelovecheskuyu prirodu* [Thinking Substance. Language as a Window into Human Nature]. Moscow, URSS, «Librokom» Publ., 2013, 560 p.

Vasilyev N.S., Dr. Sci. (Phys.&Math.), Professor of the Higher Mathematics Department at Bauman Moscow State Technical University. e-mail: nik8519@yandex.ru

Gromyko V.I., Corresponding Member of RPAS, Honored Researcher of Lomonosov Moscow State University (Algorithmic Languages Department at the Computational Mathematics and Cybernetics Faculty).
e-mail: gromyko.vladimir@gmail.com